

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа № 74»**

Согласована на заседании ШМК  
Протокол № 1 от 29.08.2022  
Руководитель ШМК Тасал

Принята Педагогическим советом  
Протокол № 21 от 30.08.2022г.



Утверждена  
Приказом директора  
№ 267-од от «30» августа 2022г.  
Н.Э. Онищенко

**Рабочая программа по курсу  
«Решение нестандартных математических задач»**

**10 - 11 класс**

2022-2023 учебный год

Министерство образования и науки УР  
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа №74»

«Согласовано»

Руководитель ШМК

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Протокол № \_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

«Утверждаю»

Директор МАОУ СОШ №74

\_\_\_\_\_  
Н.Э.Онищенко

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Приказ № \_\_\_\_\_

**Рабочая программа  
по предмету «Решение нестандартных  
математических задач 10-11 класс»**

2021 – 2022 учебный год

## Пояснительная записка.

Наряду с подготовкой учащихся, которые в дальнейшем станут профессиональными пользователями математики, важнейшей задачей обучения становится обеспечение некоторого гарантированного уровня математической подготовки школьников, независимо от специальности, которую они выберут в дальнейшем. Для жизненной самореализации, возможности продуктивной деятельности в информационном мире требуется достаточно прочная математическая подготовка.

Курс «Решение нестандартных математических задач» позволяет овладеть эффективными (не всегда стандартными) методами решения наиболее «проблемных» уравнений и неравенств алгебры. Предлагаемые задачи различны по уровню сложности: от простых упражнений на применение изученных формул (базовый уровень) до достаточно трудных примеров (повышенный уровень).

Данная рабочая программа составлена в соответствии с требованиями:

1. Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» (№ 273-ФЗ от 29.12.2012г.);
2. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 (с изменениями));
3. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з));

Цели и задачи курса:

- систематизировать и углубить знания по теме «Методы и приемы решения уравнений и неравенств»;
- развить навыки исследовательской и познавательной деятельности учащихся.

Данный курс отличает вариативные возможности включения задач, в зависимости от уровня подготовленности учащихся, так, например, подбор заданий для обучающихся 10 классов, занимающихся на повышенном уровне, расширен классом возвратных и однородных уравнений.

Курс рассчитан на 2 часа в неделю, всего 68 часов в 10 классе и 68 часов в 11 классе. Содержит три главы. Главы разделены на отдельные темы. Домашнее задание в данном курсе выдается в начале изучения каждой темы на карточке, которая включает подборку задач из банка открытых задач ЕГЭ.

Анализ сформированности универсальных учебных действий у учеников 9-х классов позволяет сделать следующие общие выводы:

Наиболее сформированные умения у обучающихся 9 – х классов:

- работа с текстом;
- формулирование своей точки зрения;
- оценивание результатов деятельности.

У большинства обучающихся 9 – х классов недостаточно сформированы следующие умения:

- составлять план действий для решения самостоятельно сформулированной проблемы;
- аргументировать свою точку зрения в письменном виде;
- преобразовывать информацию из одного вида в другой (текст в таблицу, схему).

В текущем учебном году при работе в параллели 10-11-х классов упор следует сделать на такие умения как представление информации в разных формах, работа с таблицами, схемами, графиками, а также умение письменно аргументировать свою точку зрения и правильно планировать свою деятельность.

Данная программа дополняет и развивает школьный курс алгебры, а также ориентирована на удовлетворение потребностей учащихся, интересующихся математикой на продвинутом уровне. Решение заданий с параметрами открывает перед учащимися значительное число эвристических

приёмов общего характера, ценных для математического развития личности. Задания с параметрами играют важную роль в формировании логического и аналитического мышления и математической культуры учащихся.

Для реализации целей и задач данного элективного курса предполагается использовать следующие формы занятий: лекции, практикумы по решению задач, семинары. Доминантной формой учения должна стать исследовательская деятельность ученика, которая может быть реализована как на занятиях в классе, так и в ходе самостоятельной работы учащихся дистанционно. Данный курс способствует: дальнейшему развитию умения формулировать суждения, обосновывать и доказывать их, развивая тем самым логическое мышление; формирование алгоритмического мышления, формированию умений действовать по заданному алгоритму и конструировать новые.

Формой итогового контроля является зачетная работа, включающая задачи, рассмотренные на занятиях; после самостоятельного решения предложенных задач, предполагается последующий разбор вариантов решения. Для получения зачета необходимо верно выполнить от 50% заданий. Данный курс не предполагает отметок.

Сведения о прохождении программы элективного курса и посещаемости фиксируется в журналах.

Учащиеся в ходе освоения курса имеют возможность познакомиться с научно-популярной литературой и информацией из Интернета.

Роль учителя в осуществлении учебной деятельности учащихся состоит в консультационной работе, а также организации и координации действий, учащихся при выполнении заданий.

## 1. Планируемые результаты освоения учебного курса

Личностные результаты обучения	Метапредметные результаты обучения (на основе программы формирования и развития УУД ООП СОО)	Предметные результаты обучения
<p>– независимость и критичность мышления; – воля и настойчивость в достижении цели. Средством достижения этих результатов является: – система заданий учебников; – представленная в учебниках в явном виде организация материала по принципу минимакса; – использование совокупности технологий, ориентированных на развитие самостоятельности и критичности мышления: технология проблемного диалога, технология продуктивного чтения, технология оценивания.</p>	<p><i>Регулятивные:</i> – самостоятельно обнаруживать и формулировать проблему в классной и индивидуальной учебной деятельности; – выдвигать версии решения проблемы, осознавать конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных или их искать самостоятельно; – составлять (индивидуально или в группе) план решения проблемы (выполнения проекта); – подбирать к каждой проблеме (задаче) адекватную ей теоретическую модель; – работая по предложенному или самостоятельно составленному плану, использовать наряду с основными и дополнительные средства (справочная литература, сложные приборы, компьютер); – планировать свою индивидуальную образовательную траекторию; – работать по самостоятельно составленному плану, сверяясь с ним и с целью деятельности, исправляя ошибки, используя самостоятельно подобранные средства (в том числе и Интернет); – свободно пользоваться выработанными критериями оценки и самооценки, исходя из цели и имеющихся критериев, различая результат и способы действий; – в ходе представления проекта давать оценку его результатам; – самостоятельно осознавать причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха; – уметь оценить степень успешности своей индивидуальной образовательной деятельности; – давать оценку своим личностным качествам и чертам характера («каков я»), определять направления своего развития («каким я хочу стать», «что мне для этого надо сделать»).</p> <p><i>Коммуникативные:</i> – самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т.д.);</p>	<p>— выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; — проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, и тригонометрические функции; — вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; — использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: — практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства; — определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; — строить графики изученных функций; — описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– отстаивая свою точку зрения, приводить аргументы, подтверждая их фактами;</li> <li>– в дискуссии уметь выдвинуть контраргументы;</li> <li>– учиться критично относиться к своему мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;</li> <li>– понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории;</li> <li>– уметь взглянуть на ситуацию с иной позиции и договариваться с людьми иных позиций.</li> </ul> <p><i>Познавательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;</li> <li>– осуществлять сравнение, сериацию и классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций; строить классификацию путём дихотомического деления (на основе отрицания);</li> <li>– строить логически обоснованное рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей;</li> <li>– создавать математические модели;</li> <li>– составлять тезисы, различные виды планов (простых, сложных и т.п.). Преобразовывать информацию из одного вида в другой (таблицу в текст, диаграмму и пр.);</li> <li>– вычитывать все уровни текстовой информации.</li> <li>– уметь определять возможные источники необходимых сведений, производить поиск информации, анализировать и оценивать её достоверность.</li> <li>– понимая позицию другого человека, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории. Для этого самостоятельно использовать различные виды чтения (изучающее, просмотровое, ознакомительное, поисковое), приёмы слушания.</li> <li>– самому создавать источники информации разного типа и для разных аудиторий, соблюдать информационную гигиену и правила информационной безопасности;</li> <li>– уметь использовать компьютерные и коммуникационные технологии как инструмент для достижения своих целей. Уметь выбирать адекватные задаче инструментальные программно-аппаратные средства и сервисы.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;</li> <li>— использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: <ul style="list-style-type: none"> <li>— описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;</li> <li>— вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы;</li> <li>— исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;</li> </ul> </li> <li>— использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: <ul style="list-style-type: none"> <li>— решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;</li> </ul> </li> <li>— владеть компетенциями: учебно – познавательной, ценностно – ориентационной, рефлексивной, коммуникативной, информационной, социально – трудовой.</li> </ul>
--	--	--

## 2. Содержание курса 10 класс

### Глава 1. Рациональные уравнения и неравенства и их системы.(20ч)

#### Занятие 1-6.

Знакомство учащихся с целями и задачами курса, его структурой. Тестирование учащихся с целью определения знаний, методов решения уравнений и неравенств.

Систематизировать методы решения рациональных уравнений и неравенств.

#### Методы решения рациональных уравнений:

- уравнения сводятся к квадратным;
- разложение высших степеней на множители;
- угадывание корня уравнения;
- использование симметричности уравнения;

#### Методы решения рациональных неравенств:

- метод интервалов;
- обобщенный метод интервалов.

**Домашнее задание:** Упражнения для самостоятельной работы 6,9,10

#### Занятие 7-14.

Уравнения и неравенства, содержащие неизвестные под знаком абсолютной величины.

Систематизировать методы решения уравнений и неравенств с модулем.

Рассмотреть уравнения и неравенства вида:

1.  $|f(x)| = g(x)$
2.  $|f(x)| < g(x), |f(x)| > g(x), |f(x)| < |g(x)|$
3.  $|f(x)| = |g(x)|$

#### Методы решения:

1. по определению;
2. возведение в квадрат;
3. метод интервалов;
4. нахождение ОДЗ;
5. применение свойств абсолютной величины.

**Домашнее задание:** 1. Упражнения для самостоятельной работы 1,2; 1,2,3 (см приложение)

2. Составить и решить самостоятельно одно уравнение или неравенство, содержащее знак модуля, под знаком модуля.

#### Занятие 15-20.

Решение рациональных систем уравнений и неравенств. Утверждения о равносильности систем уравнений.

**Домашнее задание:** 1 Упражнения для самостоятельной работы 2, 4, 5

### Глава 2. Иррациональные уравнения и неравенства. (22ч)

**Занятие 21-28.** Методы решения иррациональных уравнений.

#### Методы решения иррациональных уравнений.

1. Возведение обеих частей уравнения в соответствующую степень.
2. Тождественные преобразования.
3. Введение новой переменной.
4. Применение неравенств Коши, Коши - Буняковского.
5. Применение монотонности функции.

**Домашнее задание:**1. Подобрать аналогичные уравнения (с целью поиска соответствующей информации) и решить.

2. Написать опорный конспект для решения иррациональных неравенств.

**Занятие 29-36.** Решение иррациональных неравенств.

Схемы решения основных иррациональных неравенств.

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq (g(x))^2 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \dots\dots\dots \\ g(x) < 0 \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > (g(x))^2 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > 0 \dots\dots\dots \\ g(x) < 0 \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq (g(x))^2 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

**Домашнее задание:** Упражнения для самостоятельной работы 3,6,9.

**Занятие 37-42.**

Систематизация методов и приемов решения иррациональных уравнений и систем уравнений и неравенств.

**Домашнее задание:** 1. Составить 5 систем неравенств, для изображения на координатной плоскости.

2 Упражнения для самостоятельной работы 3,4

### Глава 3. Решение уравнений и неравенств с параметром.(26ч)

**Занятие 43-56.** Уравнения с параметром линейные, квадратные, дробно-рациональные, иррациональные, с модулем.

**Алгоритм графического решения уравнений с параметром.**

- 1.Находим область определения уравнения.
- 2.Выражаем а, как функцию от х.
- 3.В системе координат хОа строим график функции а=φ(х) для тех значений х, которые входят в область определения данного уравнения.
- 4.Находим точки пересечения прямой, а=с, где  $c \in (-\infty; +\infty)$  с графиком функции а=φ(х). Если прямая, а=с пересекает график а=φ(х), то определяем абсциссы точек пересечения. Для этого достаточно решить уравнение а=φ(х) относительно х.
- 5.Записываем ответ.

**Домашнее задание:**

1. Упражнения для самостоятельной работы 2,4,6
2. Написать конспект решения неравенств с параметром.

**Занятие 57-67.** Неравенства с параметром. Графическое решение неравенств. Решение задач из КИМов.

**Домашнее задание:**

- 1.Составить два проектных неравенства с параметром и показать решение.

**Алгоритм решения неравенств с параметром.**

1. Находим область определения данного неравенства.
2. Сводим неравенство к уравнению.

3. Выражаем  $a$ , как функцию от  $x$ .
4. В системе координат  $xOa$  строим графики функций  $a = \varphi(x)$  для тех значений  $x$ , которые входят в область определения данного неравенства.
5. Находим множества точек, удовлетворяющих данному неравенству.
6. Исследуем влияние параметра на результат.
  - найдём абсциссы точек пересечения графиков.
  - зададим прямую  $a = \text{const}$  и будем сдвигать её от  $-\infty$  до  $+\infty$
7. Записываем ответ.

## **Занятие 68. Итоговый урок**

### **Содержание курса 11 класс**

#### **Глава 1: Рациональные уравнения и неравенства и их системы.**

В этой главе учащиеся учатся решать уравнения и неравенства высших степеней, решают уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Осваивают структуру работы с модулем. Знакомятся с утверждениями о равносильности систем уравнений. Каждая тема содержит изложение теории с поясняющими примерами. В конце каждой темы предлагается ряд заданий для самостоятельной работы с указанием ответов, помогающих закрепить теоретический материал, предлагается домашнее задание.

#### **Глава 2: Иррациональные уравнения и неравенства.**

В этой главе учащиеся учатся применять при решении иррациональных уравнений неравенство Коши. Знакомятся с нестандартными заменами при решении уравнений. Изображают решение систем неравенств на координатной плоскости. Рассматриваются тестовые задачи из КИМов ЕГЭ.

#### **Глава 3: Решение уравнений и неравенств с параметром.**

С понятием параметра учащиеся встречаются в курсе алгебры 7 класса. На ЕГЭ довольно часто предлагаются задачи с параметрами, но учащиеся не могут справиться с простейшими задачами, содержащими параметры, что свидетельствует об отсутствии у части их навыков решения задач с параметрами. Данный материал имеет большое образовательное значение. Курс предполагает рассмотрение решений линейных уравнений и неравенств с параметрами, квадратных уравнений и неравенств с параметрами, иррациональных и тригонометрических уравнений с параметрами, а также решение систем уравнений и неравенств.

## **4. Тематическое планирование 10 класс**

№ п/п	Раздел, тема, урок	Кол-во часов	Домашнее задание
-------	--------------------	--------------	------------------

1-6	Вводная беседа.	1	Индивидуальные задания
	Рациональные уравнения и неравенства.	5	Индивидуальные задания
7-14	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестные под знаком абсолютной величины	8	Индивидуальные задания
15-20	Системы рациональных уравнений и неравенств.	6	Индивидуальные задания
21-28	Иррациональные уравнения.	8	Индивидуальные задания
29-36	Иррациональные неравенства	8	Индивидуальные задания
37-42	Системы иррациональных уравнений и неравенств.	6	Индивидуальные задания
43-46	Линейные и дробно – рациональные уравнения с параметрами.	5	Индивидуальные задания
47-50	Иррациональные уравнения с параметрами.	4	Индивидуальные задания
51-56	Уравнения, содержащие параметр и модуль.	6	Индивидуальные задания
57-66	Неравенства с параметром.	10	Индивидуальные задания
67-68	Итоговый урок	1	Без задания

### Тематическое планирование 11 класс

№ п/п	Раздел, тема, урок	Кол-во часов	Домашнее задание
1-6	Вводная беседа.	1	Индивидуальные задания
	Рациональные уравнения и неравенства.	5	Индивидуальные задания
7-14	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестные под знаком абсолютной величины	8	Индивидуальные задания
15-20	Системы рациональных уравнений и неравенств.	6	Индивидуальные задания
21-28	Иррациональные уравнения.	8	Индивидуальные задания
29-36	Иррациональные неравенства	8	Индивидуальные задания
37-42	Системы иррациональных уравнений и неравенств.	6	Индивидуальные задания
43-46	Линейные и дробно – рациональные уравнения с параметрами.	5	Индивидуальные задания
47-50	Иррациональные уравнения с параметрами.	4	Индивидуальные задания
51-56	Уравнения, содержащие параметр и модуль.	6	Индивидуальные задания
57-66	Неравенства с параметром.	10	Индивидуальные задания
67-68	Итоговый урок	1	Без задания

### 6. Перечень учебно-методического обеспечения.

1. М.Я Пратусевич, К.М. Столбов Алгебра и начала математического анализа. 11класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: профил. уровень. Издательство Просвещение, 2010.
2. Газеты и журналы математика в школе. Журнал «Квант».
3. В.В. Локоть. Задачи с параметрами. Линейные и квадратные, неравенства, системы: Учебное пособие.-М.:АРКТИ, 2005
4. С.Н. Олехник. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. 10-11 классы: - М.: Дрофа, 2002.
5. В.С. Крамор Задачи с параметрами и методы их решения М.: Издательство ОНИКС-Мир и Образование, 2007
6. И.Ф. Шарыгин. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. Пособие для 10 класса средней школы-М.: Просвещение, 1989.
7. И.Ф. Шарыгин. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. Пособие для 11 класса средней школы-М.: Просвещение, 1989.
- 8.Д.А. Мальцев, А.А. Мальцева Математика ЕГЭ 2021 Книга 1 Все задания части «В»+ тематический контроль. Книга 2 Часть «С» - Ростов – на – Дону Народное образование Москва 202021
9. Ф.Ф. Лысенко. Математика. ЕГЭ-2021. Вступительные испытания. –Ростов – на – Дону: Легион, 2021.

### Контрольно- измерительные материалы.

#### 10 класс.

#### 1. Рациональные уравнения и неравенства.

##### Тест.

<b>I. Решите уравнения.</b>			
1. $x^3 + 2x - x - 2 = 0$			
а)-2;-1;1	б)-1;1;2	в)-2;0;1	г)-1;1
2. $2x^4 + 5x^2 - 7 = 0$			
а) 1	б) 0; 1	в) -1; 2	г) -1; 1
3. $(2x - 3)^4 + (2x - 5)^4 = 2$			
а) -1;-7	б) 2;3	в) 1; 7	г) 1; 5
<b>II. Решите неравенство.</b>			
1. $(x - 1)^7 \cdot (x - 2)^{11} \cdot (x - 3)^{14} \leq 0$			
а) $[1; 2] \cup \{3\}$	б) $[2; 3]$	в) $(+\infty; 1]$	г) $[2; +\infty)$
2. $\frac{(x - 4)(x^2 - 5x + 4)}{(2 - x)} < 0$			
а) $(-1; 2]$	б) $[2; 3]$	в) $(1; 2) \cup (4; +\infty)$	г) $(-\infty; 1) \cup (2; 4) \cup (4; +\infty)$
3. $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x + 4) < 48$			

а) $(0; +\infty)$	б) $(-4; 6)$	в) $(-4; 1)$	г) $(1; 5)$
-------------------	--------------	--------------	-------------

## 2. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестные под знаком абсолютной величины

1. Решите неравенство:

$$|2x^2 - 3x + 1| \geq |3x^2 + x - 2|$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-2 - \sqrt{7}; \frac{1 - \sqrt{6}}{5}\right] \cup \left[-2 + \sqrt{7}; \frac{1 + \sqrt{6}}{5}\right]$$

2. Решите уравнения

$$1. |3x^2 - x - 4| + |x^2 - 8x - 15| = |2x^2 + 7x + 11|$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[4 - \sqrt{31}; -1\right] \cup \left[\frac{4}{3}; 4 + \sqrt{31}\right]$$

## 3. Системы рациональных уравнений и неравенств.

$$1. \begin{cases} |x - 2| + |y - 5| = 1 \\ y - |x - 2| = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (1, 5; 5, 5); (2, 5; 5, 5)$$

$$2. \begin{cases} x^2 y + xy^2 = 6 \\ xy + x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (1; 2); (2; 1)$$

$$3. \begin{cases} \frac{x^2 - 9|x| + 14}{x - 3} < 0 \\ |x - 4| \cdot (|x + 3| - 8) < 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in (-11; -7) \cup (-2; 2) \cup (3; 4) \cup (4; 5)$$

## 4. Иррациональные уравнения и неравенства.

$$1. \sqrt[3]{x + 45} - \sqrt[3]{x - 16} = 1$$

$$\text{Ответ: } x = 80 \text{ и } x = -109$$

$$2. \sqrt[4]{10 + x^2 + x} + \sqrt[4]{7 - x^2 - x} = 3$$

$$\text{Ответ: } x = 2 \text{ и } x = 3$$

$$4. 2x^2 - 2x + 1 > \sqrt{x^2 - x + 1}$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

$$5. \sqrt[3]{2 - x} + \sqrt{x - 1} > 1$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; 2) \cup (10; +\infty)$$

## 5. Системы иррациональных уравнений и неравенств.

$$1. \begin{cases} \sqrt{x + y} + \sqrt{3x + y - 4} = 8 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (10; -1), (-6; 31)$$

$$2. \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} > x - 1 \\ \sqrt{x^2 - 25} \cdot \sqrt{25 - x^2} \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -5$$

## 6. Линейные и дробно – рациональные уравнения с параметрами.

Решить уравнение

$$\frac{x}{a(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)}$$

## 7. Иррациональные уравнения с параметрами.

Решите уравнение  $\sqrt{3x - 2} = x + a$ .

## 8. Уравнения, содержащие параметр и модуль.

$$|x| + |x - a| = 0$$

9. Итоговый тест

ТЕСТ 1

## Вариант I.

1. Решите уравнение  $k(x - 4) + 2(x + 1) = 1$  относительно  $x$ .

а) при  $k=-2$  корней нет; при  $k \neq -2$   $x = \frac{4k-1}{k+2}$ ;

б) при  $k \neq -2$  корней нет; при  $k=-2$   $x = \frac{4k-1}{k+2}$ ;

в) при  $k=-2$  корней нет; при  $k \neq -2$  и  $k \neq 0,25$   $x = \frac{4k-1}{k+2}$ .

2. Решите уравнение  $2a(a-2)x = a^2 - 5a + 6$  относительно  $x$

а) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$ ; при  $a=0$  корней нет; при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$   $x = \frac{(a+3)(a+2)}{2a(a-2)}$ ;

б) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$ ; при  $a=0$  корней нет; при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$   $x = \frac{a-3}{2a}$ ;

в) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$ ; при  $a=0$  корней нет; при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$   $x = \frac{(a+2)}{2a(a-2)}$ .

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $1+2x - bx = 4+x$  имеет отрицательное решение.

а)  $b < 1$ ; б)  $b > 1$ ; в)  $b = 1$

4. При каких значениях  $a$  парабола  $y = ax^2 - 2x + 25$  касается оси  $x$ ?

а)  $a=25$ ; б)  $a=0$  и  $a=0,04$ ; в)  $a=0,04$ .

5. При каких значениях  $k$  уравнение  $(k-2)x^2 = (4-2k)x + 3 = 0$  имеет единственное решение?

а)  $k=-5, k=-2$ ; б)  $k=5$ ; в)  $k=5, k=2$ .

Задания 6-9 выполнить с развернутым ответом.

6. Решите относительно  $x$  уравнение  $\frac{5-x}{2b+2} + \frac{2x}{1-b} = \frac{3b}{b^2-1}$

а) при  $b \neq -1, b \neq -\frac{3}{5}$   $x = -\frac{5+b}{3+5b}$ ; при  $b = -\frac{3}{5}$  реш.нет; при  $b = \pm 1$  нет смысла;

б) при  $b \neq -\frac{3}{5}$   $x = -\frac{5+b}{3+5b}$ ; при  $b = -\frac{3}{5}$  реш.нет; при  $b = \pm 1$  нет смысла;

в) при  $b = -\frac{3}{5}$   $x = -\frac{5+b}{3+5b}$ ; при  $b = \pm 1$  нет смысла.

7. При каких значениях параметра  $a$ , уравнение имеет решение  $\sqrt{3x-a} = a-2x$

а)  $a \geq 3$ ; б)  $a=4$ ; в)  $a \geq 0$

8. При каких значениях  $a$ , уравнение  $\sqrt{x+a} = x$  имеет 2 корня?

а)  $-0,25 \leq a \leq 0$ ; б)  $-0,25 < a \leq 0$ ; в)  $-0,25 < a < 0$

9. При каких значениях параметра  $c$  уравнение  $\frac{x-2}{4} = \frac{cx-c-3}{3c}$  имеет 2 корня?  
 а)  $c \in (-\infty; -1,5\sqrt{3}) \cup (1,5\sqrt{3}; +\infty)$ ; б) при  $c = \pm 1,5\sqrt{3}$ ; в)  $c \in (-\infty; -1,5\sqrt{3})$

## 11 класс.

### 1. Рациональные уравнения и неравенства.

Решите уравнения.

1.  $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 18$

Ответ:  $x = \pm\sqrt{\sqrt{17}-3} - 4$

2.  $x^5 + 5x^4 - 6x^3 - 44x^2 + 8x + 96 = 0$

Ответ:  $x=-5; x=-3$

3.  $-1 \leq \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \leq 1$

Ответ:  $x \in [0; 1,6] \cup [2,5; +\infty)$

4.  $\frac{3x^2 + x - 1}{x^2 - 6x - 7} \leq \frac{4x^2 + 3x - 1}{(x+1)(x-7)}$

Ответ:  $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 0] \cup (7; +\infty)$

### 2. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестные под знаком абсолютной величины

1. Решите уравнение и неравенство:

$$\frac{(|x+5| - |x-2|) \cdot (|x+3| - |x|)}{|x-7| - |x+2|} \leq 0$$

Ответ:  $x \in \{-1,5\} \cup (2,5; +\infty)$

2.  $\left| \frac{8x}{x^3 - 8} \right| + |x| = \frac{x^4}{|x^3 - 8|}$

Ответ:  $x \in \{0\} \cup (2; +\infty)$

### 3. Системы рациональных уравнений и неравенств.

1. 
$$\begin{cases} |2x+3| < 2 \\ \frac{3x^2-1}{x+2} < \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $x \in (-2,5; -2) \cup (-\frac{7}{9}; -0,5)$

2. 
$$\begin{cases} (x+y)(8-x) = 10 \\ (x+y)(5-y) = 20 \end{cases}$$

Ответ:  $(7; 3); (\frac{14}{3}; -\frac{5}{3})$

3. 
$$\begin{cases} 2x^3 + x^2y + 4x^2 - 4xy - xy^2 + 3y - 6x + y^2 = 0 \\ 3x^2 + 3xy - 2x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

Ответ:  $(-\frac{1}{9}; -\frac{2}{9}); (1; y), y \in R$

### 4. Иррациональные уравнения и неравенства

1.  $\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x+8)(8-x)} + \sqrt[3]{(8-x)^2} = 4$     Ответ:  $x=0$

2.  $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$     Ответ:  $x=0$

3.  $\frac{2}{\sqrt{x-1}} + 2\sqrt{x-1} < \frac{x^2}{x-1} - 3$

Ответ:  $x \in \left(1; \frac{3}{2}(3-\sqrt{5})\right) \cup \left(\frac{3}{2(3+\sqrt{5}); +\infty}\right)$

4.  $\sqrt{x+11} + 4\sqrt{x+7} + \sqrt{x+16} - 6\sqrt{x+7} \geq 6$

Замечание:  $\sqrt{x+11} + 4\sqrt{x+7} = \sqrt{x+7} + 2$   
 $\sqrt{x+16} - 6\sqrt{x+7} = |\sqrt{x+7} - 3|$

Ответ:  $x \in \left[ \frac{21}{4}; +\infty \right)$

### 5. Системы иррациональных уравнений и неравенств.

#### Часть «В»

1 вариант	2 вариант
<b>1. Решите уравнения.</b>	
$3x^3 + 4x^2 - 2x + 4 = 0$	$2x^3 - 5x^2 - 9x + 18 = 0$
$ x - 1  +  3 - x  = 2x - 4$	$ x + 2  + 2 3 - x  + x = 0$
$\sqrt{\frac{3-x}{x-1}} + 3\sqrt{\frac{x-1}{3-x}} = 4$	$\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 4 + \frac{\sqrt{x-1}}{2}$
<b>2. Найти сумму всех целых решений неравенства.</b>	
$ 2 - 3x -  x - 2   \leq 10$	$3 +  x^2 - 2x - 3  \leq 3x$
<b>3. Найти наименьшее целое решение неравенства.</b>	
$(x - 1) \cdot \sqrt{4 - x^2} \leq 0$	$(x^2 - 4) \cdot \sqrt{x - 4} \geq 0$
<b>1. Решите систему уравнений.</b>	
$\begin{cases} y - 3 = \sqrt{x^2 - 12x + 36} \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ <p>Пусть (x; y)- решение системы, найти сумму x+y</p>	$\begin{cases} y - 1 = \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ <p>Пусть (x; y)- решение системы, найти сумму y-x</p>

#### Часть «С»

1 вариант	2 вариант
<b>1. Решите уравнения.</b>	
$3 + \sqrt{16x x - 2  + 9} = 4x$	$\sqrt{49 + 9x x + 4 } - 2x = 7$
$(x + 6)(x + 2)(12 - x)(x - 4) = -160x^2$	$(10 - x)(4 - x)(x + 5)(x + 2) = 220x^2$
<b>2. Решите неравенство.</b>	
$\frac{1}{2 - \sqrt{x^2 - 3x}} \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$	$\frac{1}{2 - \sqrt{x^2 + 3x}} \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 7}}$

**3. Решите системы.**

$$\begin{cases} \sqrt{11x-y} - \sqrt{y-x} = 1 \\ 7\sqrt{y-x} + 6y - 26x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 1 = \frac{y}{x} + 2\sqrt{x+y} \\ \sqrt{y} + \sqrt{x+y} = y - 3x - 6 \end{cases}$$

**6. Линейные и дробно – рациональные уравнения с параметрами.**

$$\frac{(x-a)(2x+a)}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

1)  $2a(a-2)x = a-2$ .

**7. Иррациональные уравнения с параметрами.**

Решить уравнение  $x - \sqrt{a-x^2} = 1$ .

**8. Уравнения, содержащие параметр и модуль.**

$$|x-1| + |x-2| = a.$$

**9. Итоговый тест****ТЕСТ 2.****Вариант I.**

1. Решите уравнение  $3 \cos x = 4b + 1$  для всех значений параметра.

а) при  $b \in (-1; 0,5)$   $x = \pm \arccos \frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $b \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$  реш. нет;

б) при  $b \in [-1; 0,5]$   $x = \pm \arccos \frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $b \in (-\infty; -1) \cup (0,5; +\infty)$  реш. нет;

в)  $b \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$   $x = \pm \arccos \frac{4b+1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  $b \in (-1; 0,5)$  при реш. нет;

2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sin^2 x - 3\sin x + a = 0$ .

а)  $a \in [-4; 2]$  ; б)  $a \in (-4; 2)$  ; в)  $a \in [-4; 2)$ .

3. При каких значениях  $a$ , уравнение  $\cos^4 x + \sin^4 x = a$  имеет корни?

а)  $a \in [0,5; 1]$  ; б)  $a \in [-1; 0,5]$  ; в)  $a \in [-0,5; 1)$ .

**Вариант II.**

1. Решите уравнение  $\cos(3x+1) = b$  для всех значений параметра.

а) при  $|b| \leq 1$   $x = \frac{-1 \pm \arccos b + 2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $|b| > 1$  реш. нет;

б) при  $|b| \leq 1$  и  $b=0$   $x = \frac{-1 \pm \arccos b + 2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $|b| > 1$  реш. нет;

в) при  $|b| > 1$   $x = \frac{-1 \pm \arccos b + 2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ; при  $|b| < 1$  реш.нет;

2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$ .

а)  $a \in (2; 6)$  ; б)  $a \in (2; 4]$  ; в)  $a \in [2; 6]$ .

3. При каких значениях  $a$ , уравнение  $\cos^6 x + \sin^6 x = a$  имеет корни?

а)  $a \in [0,25; 0,5]$  ; б)  $a \in [0,25; 1]$  ; в)  $a \in [-0,25; 1]$ .